Kapitola 3

Rozvinutelné plochy

3.1 Vytvoření a základní vlastnosti

Rozvinutelné plochy patří mezi přímkové plochy, tj. plochy vytvořené spojitým pohybem přímky. Jak už bylo zmíněno v předchozím, rozvinutelné plochy definujeme jako plochy, jejichž všechny přímky jsou *torzální*.

3.1.1 Rozvinutelné plochy jako obalové plochy

Rozvinutelné plochy můžeme zavést několika způsoby. My je budeme vyšetřovat jako *obalové plochy*.

Rozvinutelné plochy mají na rozdíl od ostatních ploch jen jednoparametrickou soustavu tečných rovin. Plyne to z toho, že rozvinutelné plochy jsou přímkové plochy a tedy jde o jednoparametrickou soustavu přímek v prostoru a podél každé přímky plochy existuje jen jediná tečná rovina. Na rozvinutelné plochy můžeme tedy nahlížet jako na obalové plochy jednoparametrických soustav jejich tečných rovin, přičemž charakteristiky jsou povrchové přímky plochy.

Poznámka 3.1. Uveďme si ještě pojem tzv. oskulační roviny, který budeme později ještě několikrát využívat.

Mějme danou prostorovou křivku k. V bodě T křivky k sestrojme tečnu t a v blízkém okolí bodu T zvolme další bod A. Každá rovina, která prochází tečnou t prostorové křivky k v bodě T, je tečnou rovinou křivky v bodě T a tedy i rovina α určená tečnou t v bodě T a bodem A je tečnou rovinou křivky k v bodě T. Při $A \to T$ dostáváme limitní polohu roviny α, označme ji τ. Rovina τ se nazývá *oskulační rovina* dané křivky k v bodě T.

Z definice oskulační roviny plyne, že oskulační rovinou rovinné křivky je rovina, ve které křivka leží.

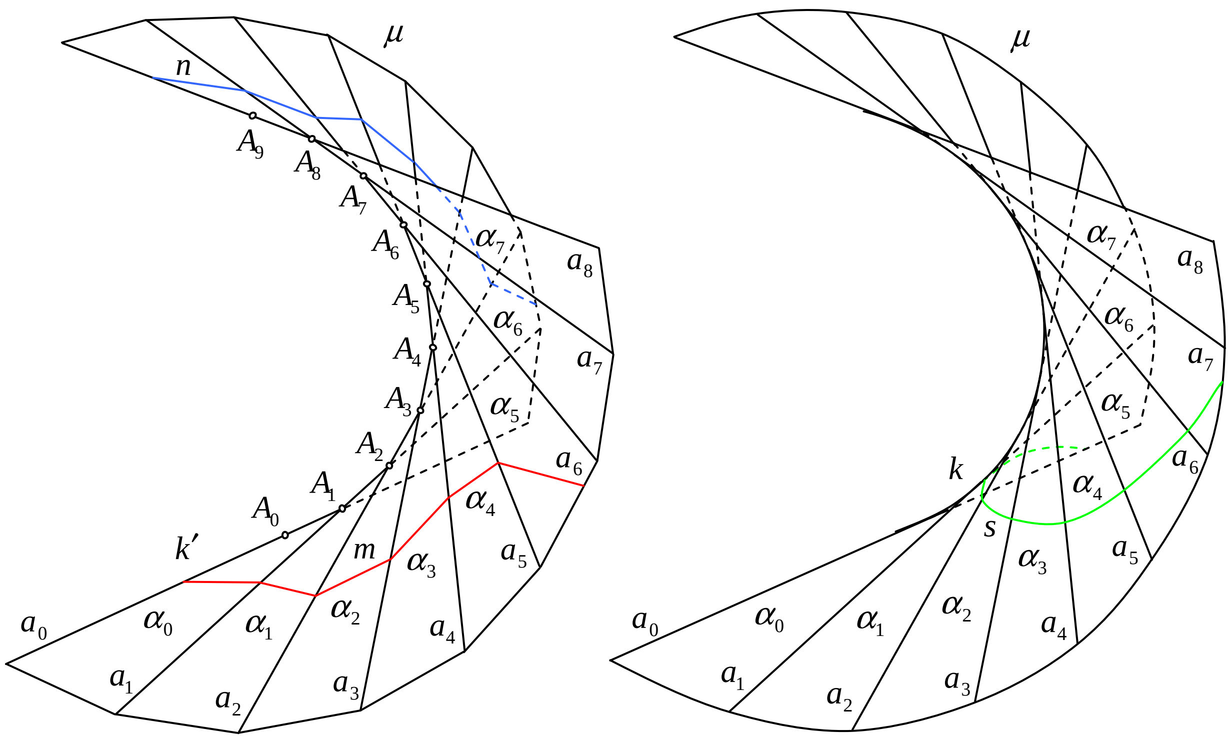
Další detailní informace je možné nalézt v Urban [8] - 26. ■

Věta 3.1. *Obaluje-li jednoparametrická soustava rovin plochu, pak je tato plocha rozvinutelná.* ■

Mějme prostorovou křivku k a nahraďme ji vepsaným prostorovým mnohoúhelníkem k' s vrcholy A_0, A_1, A_2, … (Pozn. Prostorovým mnohoúhelníkem rozumíme prostorovou lomenou čáru.) Označíme-li spojnice sousedních vrcholů $a_0 = A_0A_1$, $a_1 = A_1A_2$, $a_2 = A_2A_3$, …, potom vždy dvě sousední přímky a_i, a_{i+1} pro $i = 0, 1, 2$ … jsou navzájem různoběžné a určují roviny $\alpha_0 = (a_0, a_1)$, $\alpha_1 = (a_1, a_2)$, $\alpha_2 = (a_2, a_3)$, …, které obsahují vždy tři po sobě jdoucí body $A_0 A_1 A_2$, $A_1 A_2 A_3$, $A_2 A_3 A_4$, … Dostali jsme tak mnohostěn $\mu = (\alpha_0, \alpha_1, \alpha_2, ...)$. Je zřejmé, že mnohostěn μ můžeme bez deformace (tj. bez toho, aniž bychom daný mnohostěn porušili, přetrhli nebo museli posouvat jednotlivé části vůči druhým) rozvinout postupným otáčením kolem přímek a_0, a_1, a_2, … do roviny (viz například Harant, Havel [2] - 35). Pokud na mnohostěnu μ uvažujeme libovolné prostorové mnohoúhelníky m, n, po rozvinutí přejdou do rovinných mnohoúhelníků. Přitom platí, že se délka lomené čáry určující hranici mnohoúhelníků v rovině bude rovnat délce lomené čáry v prostoru.

Zvyšujeme-li bez omezení počet vrcholů vepsaného prostorového mnohoúhelníka k' tak, aby délky jeho stran $A_0 A_1$, $A_1 A_2$, $A_2 A_3$, … konvergovaly k nule, přejde mnohoúhelník k' v prostorovou křivku k. Přímky a_0, a_1, a_2, … přejdou v tečny křivky k a roviny α_0, α_1, α_2, … přejdou v oskulační roviny křivky k. Mnohostěn μ tedy přešel do soustavy oskulačních rovin prostorové křivky k a je tvořen tečnami prostorové křivky k, ale základní vlastnosti mu zůstaly. To znamená, že ho opět můžeme rozvinout bez deformace do roviny. Opět platí, že délka libovolné křivky plochy μ se po rozvinutí nezmění.

Obě situace můžeme vidět na obrázku 3.1.



Obrázek 3.1: Vznik rozvinutelné plochy

Věta 3.2. *Jediné přímkové plochy rozvinutelné jsou a) válcové plochy, b) kuželové plochy, c) plochy tečen prostorových křivek.* ■