

Univerzita Karlova v Praze
Matematicko-fyzikální fakulta



Základy kartografie

RNDr. Petra Surynková, Ph.D.

petra.surynkova@mff.cuni.cz

www.surynkova.info

Kartografie

- ▶ Vědní obor zabývající se znázorněním zemského povrchu a nebeských těles
- ▶ **Definice**

Umění, věda a technologie vytváření map, včetně jejich studia jako vědeckých a uměleckých prací. V této souvislosti mohou být za mapy považovány typy map, plány, náčrtky, trojrozměrné modely a glóby, zobrazující zemi nebo nebeskou sféru v jakémkoli měřítku.
- ▶ Široký vědní obor
 - ▶ celá řada hledisek jak jej dále členit

Kartografie

- ▶ **Nauka o mapách** (Všeobecná kartografie)
 - ▶ historie kartografie
 - ▶ studium map, jejich rozbor, třídění, dokumentace
 - ▶ výklad mapové symboliky
- ▶ **Matematická kartografie**
 - ▶ teorie zobrazování referenční plochy zemského povrchu (elipsoid, koule) do roviny mapy
 - ▶ vlastnosti jednotlivých druhů zobrazení
 - ▶ praktická užití zobrazení
- ▶ **Kartografická tvorba** (Sestavování map, Tvorba map)
 - ▶ vlastní zpracování obsahu map
 - ▶ návrh grafického zobrazení pomocí jazyka mapy
 - ▶ výsledné vykreslení

Kartografie

▶ **Kartografická polygrafie a reprografie**

- ▶ postupy technických úkonů potřebných k rozmnožování kartografických děl vytvořených ve fázi kartografické tvorby

▶ **Kartometrie**

- ▶ měření na mapách, zjišťování kvantitativních údajů z map
- ▶ opačný postup oproti vzniku mapy, kdy naměřené veličiny (délky, plochy, úhly, výšky, ...) určované z mapy jsou odhady údajů platných v realitě

▶ **Kartografické metody výzkumu**

- ▶ vědecká analýza a syntéza kartografických informací získaných z map
- ▶ problematika jejich matematického vyhodnocení s ohledem na jejich geografickou podrobnost, geometrickou přesnost, obsahovou úplnost a strukturu vzájemných vazeb

Kartografie

- ▶ **Četné návaznosti kartografie na vědní i praktické obory**
- ▶ **Geografie**
 - ▶ prostorové rozmístění a vzájemné vztahy přírodních objektů, jejich vývoj v čase
 - ▶ další podobory
- ▶ **Geodézie**
 - ▶ tvary a rozměry zemského povrchu
 - ▶ katastrální, pozemkové, vojenské mapy, podklady pro projektování
- ▶ **Mapování**
 - ▶ setření, měření, výpočty, zobrazování konané za účelem vzniku mapy vytvořené na základě přímého měření v terénu
 - ▶ patří sem i fotogrammetrie, kdy je přímé měření v terénu nahrazeno snímkováním

Kartografie

▶ **Matematická kartografie**

- ▶ matematické a geometrické základy kartografických děl
- ▶ teorie převodu údajů z referenční plochy Země do referenční plochy mapy

▶ **Povrch Země** (respektive jejích nahrazujících těles)

- ▶ není rozvinutelný do roviny
- ▶ přitom základním úkolem je **vytvoření souvislého rovinného kartografického obrazu Země**



- ▶ nevyhnutelné deformace – tzv. **kartografická zkreslení**
 - ▶ mohou narůstat s rozsahem zobrazovaného území
 - ▶ je třeba ovládat zákony těchto zkreslení



- ▶ široké spektrum **kartografických zobrazení**

Kartografie

▶ Kartografická zobrazení

- ▶ určitá **závislost mezi mapou a zobrazovanou referenční plochou**
- ▶ jednoznačně dáno, je-li přesně dán vztah mezi body nebo křivkami originálu a jim odpovídajícími prvky v obraze
- ▶ vztah vyjádřen **analyticky nebo definovaný geometrickou cestou**

Referenční plochy

- ▶ **Zemský povrch mnohotvárný (geoid)**
 - ▶ nutno nahradit **matematicky jednoduše definovatelnou plochou** a tu teprve zobrazovat do roviny mapy
 - ▶ tomuto požadavku vyhovuje **referenční elipsoid**
 - ▶ velmi malé zploštění, lze jej pro některé účely nahradit **referenční koulí** s různými možnostmi vzájemného přiřazení
 - ▶ pro práce velmi malého rozsahu lze zmíněné jednoduché plochy považovat za **rovinu**
- ▶ uvedené plochy (elipsoid, koule, rovina) umožňující řešit zobrazovací proces – tzv. **referenční plochy**

Referenční plochy

▶ Referenční elipsoid

- ▶ rotační zploštělý, hlavní poloosa rovnoběžná s rovinou rovníku, vedlejší poloosa rovnoběžná se zemskou osou
- ▶ uvádějí se různé elipsoidy, vzhledem k nepravidelnosti zemského povrchu může být pro každou oblast vhodný jiný elipsoid
- ▶ nutná znalost použitého elipsoidu pro přenesení souřadnic z mapy do terénu (jinak rozdíly až stovky metrů)

- ▶ a – hlavní poloosa
- ▶ b – vedlejší poloosa
- ▶ e – excentricita
- ▶ f – zploštění elipsoidu $f = (a - b) / a$
 - ▶ odchylka rotačního elipsoidu od kulového tvaru zmenšeném poloměru ve směru osy rotace vzhledem k poloměru v rovině rovníku

Referenční plochy

▶ Besselův elipsoid

- ▶ z roku 1841
- ▶ pro země střední Evropy
- ▶ $a = 6\,377\,397,155$ m
- ▶ $b = 6\,356\,078,963$ m
- ▶ $1/f = 299,152\,813$

▶ Krasovského elipsoid

- ▶ z roku 1940
- ▶ $a = 6\,378\,245,000$ m
- ▶ $b = 6\,356\,863,019$ m
- ▶ $1/f = 298,3$

Referenční plochy

▶ Hayfordův elipsoid

- ▶ z roku 1909
- ▶ pro USA
- ▶ $a = 6\,378\,388,000$ m
- ▶ $b = 6\,356\,911,946$ m
- ▶ $1/f = 297,0$

▶ Geodetic Reference System (GRS80)

▶ World Geodetic System (WGS84)

- ▶ současný standard
- ▶ určený pro moderní metody satelitní navigace GPS
- ▶ $a = 6\,378\,137,000$ m
- ▶ $b = 6\,356\,752,314$ m

Referenční plochy

▶ Referenční koule

- ▶ konstantní křivost – jednodušší vztahy
- ▶ vhodné pro mapy malých měřítek
- ▶ **vhodně zvolené r** (stejný objem nebo povrch jako referenční elipsoid)
- ▶ je vhodné nejdříve zobrazit referenční elipsoid na referenční kouli a tu následně zobrazit do roviny – **dvojitá zobrazení**

▶ Referenční rovina

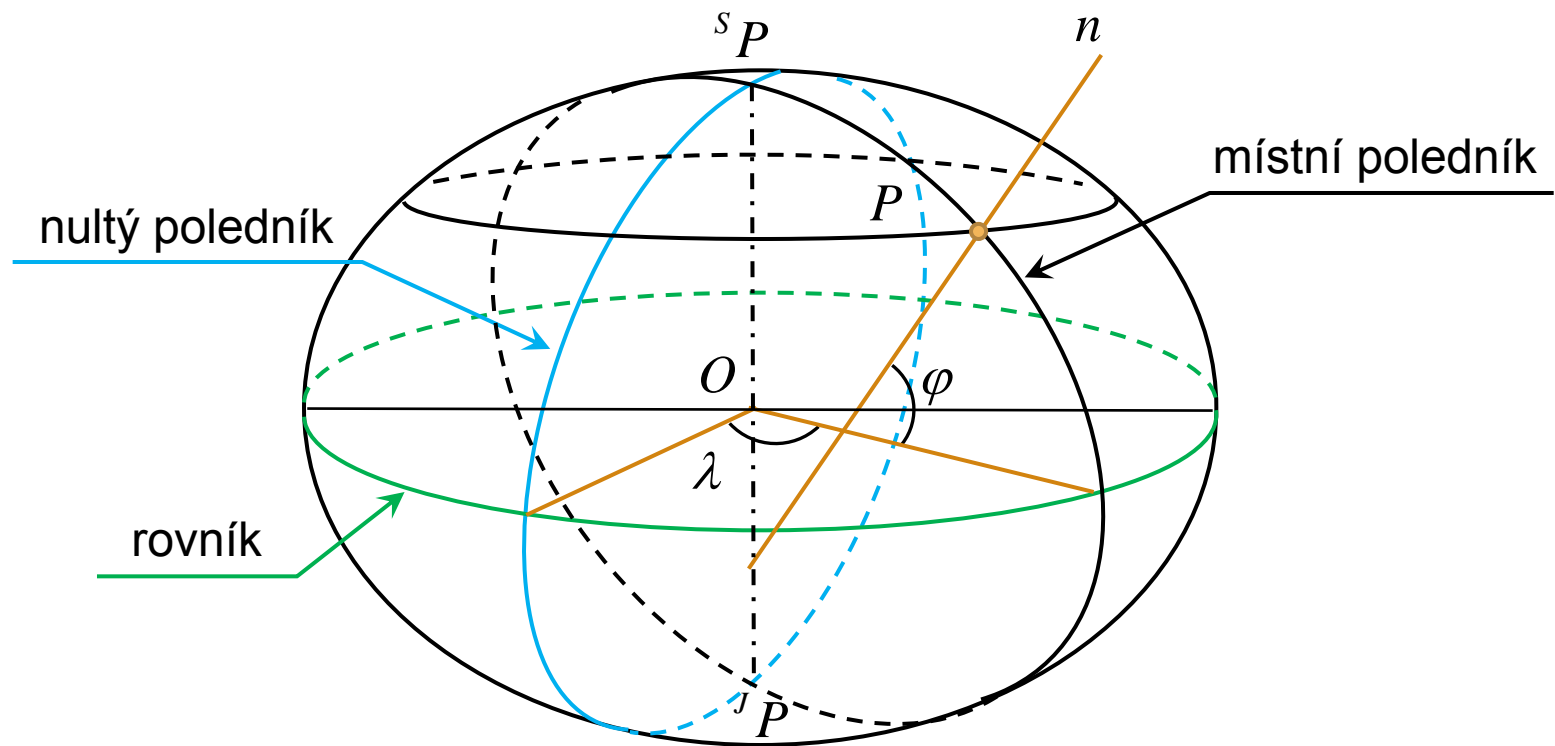
- ▶ území do průměru 15-20 km pro polohopisné účely
- ▶ vodorovné délky a úhly v tomto případě jsou téměř stejné na zakřiveném povrchu i na jeho tečné rovině
- ▶ při výškopisných pracích nelze zakřivení povrchu zanedbat

Souřadnicové soustavy

- ▶ Potřeba jednoznačně definovat **polohu bodu na zemském povrchu i v jeho kartografickém obraze**
- ▶ **Zeměpisné souřadnice**
 - ▶ **zeměpisná šířka** (severní, jižní) φ, U
 - ▶ úhel, který svírá normála v uvažovaném bodě na referenční ploše a rovina zemského rovníku
 - ▶ **zeměpisná délka** (východní, západní) λ, V
 - ▶ úhel, který svírá polorovina určená zemskou osou SJ a uvažovaným bodem na referenční ploše s obdobnou polorovinou procházející zvoleným základním bodem
 - ▶ zeměpisné rovnoběžky, poledníky
 - ▶ rovník
 - ▶ zeměpisné póly
 - ▶ zeměpisná (geografická) síť

Souřadnicové soustavy

► Zeměpisné souřadnice



Souřadnicové soustavy

- ▶ Potřeba jednoznačně definovat **polohu bodu na zemském povrchu i v jeho kartografickém obraze**
- ▶ **Kartografické souřadnice**
 - ▶ na výchozí referenční ploše – nový souřadnicový systém – **kartografický**
 - ▶ **kartografická šířka, délka**
 - ▶ definovány stejně jako zeměpisné, ale vztaženy ke kartografickému pólu *K*
 - ▶ zavádí se na kulové ploše
- ▶ kartografická síť
- ▶ vzájemně jednoznačné vztahy mezi zeměpisnými a kartografickými souřadnicemi – sférická trigonometrie

Důležité křivky

▶ Geodetická křivka


- ▶ nejkratší spojnice dvou bodů na referenční ploše
- ▶ zeměpisný poledník
- ▶ rovník (nikoliv lib. rovnoběžka)
- ▶ referenční plocha – kulová plocha – geod. křivka = ortodroma

▶ Loxodroma

- ▶ křivka na referenční ploše, která protíná poledníky pod stále stejným úhlem
- ▶ důležité při navigaci v letecké a námořní dopravě
- ▶ všechny poledníky a rovnoběžky

Kartografická zobrazení

- ▶ **Způsob, jakým se převádí zobrazení povrchu Země ze zakřiveného povrchu referenčního elipsoidu či koule do roviny**
 - ▶ výsledek takového postupu – **mapa**
 - ▶ způsob, na kterém spočívá konstrukce mapy

- ▶ **Kartografická zkreslení**
 - ▶ originál a obraz na rozdílných referenčních plochách – různé křivosti
 - ▶ kartografická zkreslení
 - ▶ délkové (poměr)
 - ▶ plošné (poměr)
 - ▶ úhlové (rozdíl)

Kartografická zobrazení – klasifikace

- ▶ **Z hlediska zkreslení dostáváme zobrazení**
 - ▶ **ekvidistantní** (stejnodélkové, délkojevné)
 - ▶ nezakreslují se délky v určitých směrech
 - ▶ **ekvivalentní** (stejnoploché, plochojevné)
 - ▶ nezakreslují se plochy
 - ▶ **konformní** (stejnolehlé, úhlojevné)
 - ▶ nezakreslují se úhly
 - ▶ **vyrovnávací**
 - ▶ kompromisní zobrazení s mírným zkreslením úhlů i ploch
 - ▶ **další**
 - ▶ zobrazení s malým úhlovým nebo plošným zkreslením
 - ▶ zobrazení, která nesplňují uvedené podmínky a nejsou vyrovnávací – např. nějaký prvek speciálně zobrazen

Kartografická zobrazení – klasifikace

▶ Další třídění

▶ Zobrazení elipsoidu na kouli

▶ Jednoduchá zobrazení - zobrazení na rozvinutelné plochy a rozvinutí

- ▶ kuželová
- ▶ válcová
- ▶ azimutální

▶ Nepravá zobrazení kuželová, válcová, azimutální

▶ Mnohokuželová zobrazení (polykónická)

- ▶ použita soustava kuželových ploch

▶ Zobrazení po vymezených částech (polyedrická, mnohostěnová)

▶ Obecná

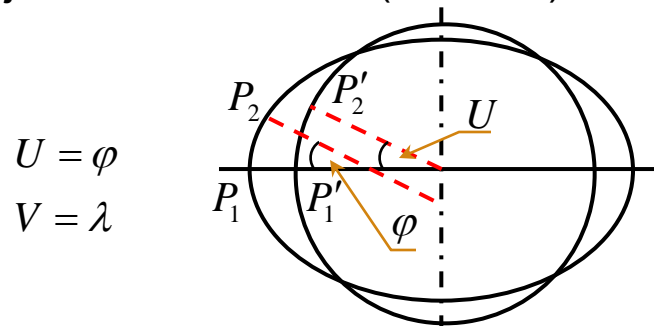
Zobrazení elipsoidu na kulovou plochu

▶ Volba referenční plochy

- ▶ v závislosti na měřítku mapy
- ▶ pro mapy malých měřítek volena kulová plocha
- ▶ pro úkoly geodézie a mapování volen referenční elipsoid
 - ▶ zobrazován přímo do roviny nebo nejdříve na kulovou plochu a potom do roviny (dvojitě zobrazení)
- ▶ zpravidla podmínka – **zeměpisná síť se na kulové ploše zobrazuje opět jako zeměpisná síť**
 - ▶ tj. obrazy poledníků a rovnoběžek jsou na sebe kolmé
- ▶ existuje mnoho možností zobrazení elipsoidu na kouli
 - ▶ z hlediska praktického využití má největší význam **nahrazení elipsoidu koulí pro konstrukci map velmi malých měřítek a konformní zobrazení**

Zobrazení elipsoidu na kulovou plochu

- ▶ **Zobrazení se zachovanými zeměpisnými souřadnicemi**
 - ▶ nahrazení koulí o vhodném poloměru
 - ▶ hodnoty zeměpisných souřadnic se zachovávají
 - ▶ poloměr můžeme volit tak, aby
 - ▶ se nezkrusoval rovník
 - ▶ koule měla stejný objem jako elipsoid
 - ▶ koule měla stejný povrch jako elipsoid
 - ▶ v daném prostoru měla koule s elipsoidem co možno stejnou křivost (při použití zobrazení jen pro část zemského povrchu)
 - ▶ změna poloměru
 - ▶ způsobuje jen změnu velikosti (rozměrů) obrazů, obrazy jsou navzájem podobné



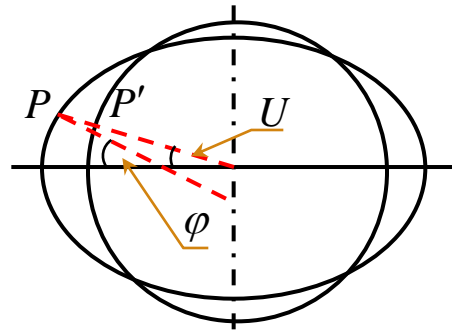
Zobrazení elipsoidu na kulovou plochu

▶ **Konformní zobrazení**

- ▶ nezkreslují se úhly
- ▶ popsal Gauss (Gaussovo konformní zobrazení)
- ▶ zeměpisná síť je v obraze opět zeměpisnou sítí
- ▶ nejjednodušší volba
 - ▶ rovník se zobrazí jako rovník a je nezkreslený
 - ▶ případně rovnoběžka se zobrazí na rovnoběžku a nezkresluje se – zobrazení pásu území
- ▶ zobrazení voleno tak, aby délkové a plošné zkreslení v daném území bylo co nejmenší

Zobrazení elipsoidu na kulovou plochu

- ▶ **Promítnutí elipsoidu na soustřednou kouli**
 - ▶ nepříliš užívané
 - ▶ promítání ze středu koule
 - ▶ poloměr koule volen
 - ▶ nezkrácený rovník – $R=a$



Zobrazení elipsoidu na kulovou plochu

▶ **Ekvidistantní zobrazení**

- ▶ délkově se nezkracují určité soustavy čar
 - ▶ např. poledníky nebo rovnoběžky

▶ **Ekvivalentní zobrazení**

- ▶ nezkracují se plochy

▶ **Zobrazení elipsoidu na kouli**

- ▶ relativně nevelké změny v uspořádání obrazu na kouli
- ▶ výraznější rozdíly budou u zobrazení ref. elipsoidu či koule na plášť kužele, válce nebo na rovinu

Jednoduchá zobrazení

▶ **Zobrazení normální** (polární)

- ▶ ztotožňuje se osa kuželové a válcové plochy s osou referenční plochy (SJ)
 - ▶ normální zobrazení
- ▶ rovina se dotýká referenční plochy v pólu
 - ▶ polární zobrazení

▶ **Zobrazení příčná** (transverzální, rovníková, ekvatoriální)

- ▶ osa kuželové a válcové plochy leží v rovině rovníku a prochází středem referenční plochy
- ▶ rovina se dotýká referenční plochy v bodě na rovníku

▶ **Zobrazení obecná** (šikmá)

- ▶ osa kuželové a válcové plochy prochází středem referenční plochy, ale neprochází ani pólem, ani neleží v rovině rovníku
- ▶ rovina se dotýká referenční plochy jinde než v pólu nebo na rovníku

Jednoduchá zobrazení

▶ Referenční plocha

- ▶ uvažujeme kulovou plochu
- ▶ souřadnice bodu na kulové ploše (U, V) , souřadnice v rovině mapy (x, y)

- ▶ je-li znám geometrický smysl analytického zobrazení, tj. známe konstrukci bodu v mapě z odpovídajícího bodu na referenční ploše
 - ▶ tzv. geometrické zobrazení
- ▶ lze-li bod v rovině mapy získat promítáním bodu na kulové ploše
 - ▶ geometrické zobrazení nazýváme projekcí

Azimutální zobrazení

- ▶ Zobrazujeme body kulové plochy na rovinu
 - ▶ **O - střed promítání** volíme na hlavním paprsku, tj. na paprsku jdoucím středem kulové plochy kolmo k rovině, do které promítáme
 - ▶ rovina, do které promítáme = **rovina mapy**
 - ▶ **střed mapy** = průsečík hl. paprsku s rovinou mapy, volíme jej za počátek KSS v rovině mapy (někdy polární souřadnice)
- ▶ **Ortografická projekce**
 - ▶ O – nevlastní, paprsky kolmé na rovinu mapy
- ▶ **Stereografická projekce**
 - ▶ O – na kulové ploše, rovina mapy je tečná rovina v protilehlém bodě na kulové ploše
- ▶ **Gnómická projekce**
 - ▶ O = střed kulové plochy

Azimutální zobrazení

- ▶ U každé z uvedených projekcí rozeznáváme tři případy
 - ▶ polární zobrazení
 - ▶ průmětna kolmá k polární ose
 - ▶ rovníkové zobrazení
 - ▶ průmětna rovnoběžná s polární osou
 - ▶ obecné zobrazení
 - ▶ obecná poloha vzhledem k polární ose

Azimutální zobrazení – ortografická projekce

▶ Polární zobrazení

- ▶ poledníky – úsečky (svazek průměrů průmětu rovníku)
- ▶ rovnoběžky – soustředné kružnice (společný střed = střed mapy)

- ▶ zobrazovací rovnice

$$x = r \cos U \sin V$$

$$y = -r \cos U \cos V$$

$$x = r \cos U \cos V$$

$$y = r \cos U \sin V$$

$$z = r \sin U$$

▶ Rovníkové zobrazení

- ▶ poledníky – svazek elips o společné hlavní ose
- ▶ rovnoběžky – osnova tětiv kružnice, která je průmětem poledníků pro $-90, +90$

- ▶ zobrazovací rovnice

$$x = r \cos U \sin V$$

$$y = r \sin U$$

Azimutální zobrazení – ortografická projekce

▶ **Obecné zobrazení**

- ▶ poledníky – soustava elips, které se dvojnásobně dotýkají obrysu koule ve svých hlavních vrcholech
- ▶ rovnoběžky – soustava elips, pokud se dotýkají obrysu, tak dvojnásobně, ale ne v hlavních vrcholech

▶ **Ortografická projekce**

- ▶ ani konformní, ani ekvivalentní
- ▶ v rovníkové projekci mapy Měsíce

Azimutální zobrazení – stereografická projekce

▶ Polární zobrazení

- ▶ poledníky – svazek přímek se středem ve středu mapy
- ▶ rovnoběžky – soustředné kružnice (společný střed = střed mapy)

- ▶ zobrazovací rovnice

$$x = 2r \cos V \operatorname{tg}\left(\frac{\pi}{4} - \frac{U}{2}\right)$$

$$y = 2r \sin V \operatorname{tg}\left(\frac{\pi}{4} - \frac{U}{2}\right)$$

▶ Rovníkové zobrazení

- ▶ poledníky – soustava kružnic, které procházejí průměty pólů (svazek), až na poledník, který procházejí bodem O - přímka
- ▶ rovnoběžky – soustava kružnic, které pravouhle protínají svazek průmětů poledníků, až na rovník – přímka

Azimutální zobrazení – stereografická projekce

▶ **Obecné zobrazení**

- ▶ poledníky – kružnice svazku, které procházejí průměty pólů, až na poledník, který procházejí bodem O - přímka
- ▶ rovnoběžky – soustava kružnic, které pravoúhle protínají svazek průmětů poledníků, až na rovnoběžku jdoucí bodem O – přímka

Azimutální zobrazení – gnómská projekce

▶ Polární zobrazení

- ▶ poledníky – svazek přímek se středem ve středu mapy
- ▶ rovnoběžky – soustředné kružnice (společný střed = střed mapy)
- ▶ rovník nemá obraz
- ▶ zobrazovací rovnice

$$x = r \cotg U \cos V$$

$$y = r \cotg U \sin V$$

$$x = r \cos U \cos V$$

$$y = r \cos U \sin V$$

$$z = r \sin U$$

▶ Rovníkové zobrazení

- ▶ poledníky – soustava rovnoběžných přímek kolmých k obrazu rovníku
- ▶ rovnoběžky – hyperboly o společných osách, až na rovník - přímka
- ▶ zobrazovací rovnice

$$x = r \operatorname{tg} V$$

$$y = r \cotg V \sqrt{\operatorname{tg}^2 V - \operatorname{tg}^2 U}$$

Azimutální zobrazení – gnómická projekce

▶ **Obecné zobrazení**

- ▶ poledníky – svazek přímek se středem ve středu mapy
- ▶ rovnoběžky – různé kuželosečky, až na rovník - přímka
- ▶ zobrazovací rovnice

▶ **Gnómická projekce**

- ▶ ani konformní, ani ekvivalentní

Válcová zobrazení

- ▶ Zobrazujeme body kulové plochy na válcovou plochu a tu rozvineme
- ▶ **Ortografická projekce**
- ▶ **Stereografická projekce**
- ▶ **Gnómická projekce**

Válcová zobrazení

- ▶ **Ortografická projekce, polární zobrazení (Lambertova projekce)**
 - ▶ plochojevné
 - ▶ promítáme kolmo k polární ose
 - ▶ poledníky – površky válce
 - ▶ rovnoběžky – kružnice válce
 - ▶ rozvinutí
 - ▶ zobrazovací rovnice

$$x = rV$$

$$y = r \sin U$$

- ▶ existuje i v rovníkové poloze

Válcová zobrazení

- ▶ **Gnómičká projekce, polární zobrazení (Marinovo zobrazení)**
 - ▶ promítáme ze středu kulové plochy
 - ▶ poledníky – površky válce
 - ▶ rovnoběžky – kružnice válce
 - ▶ rozvinutí – síť pravé válcové projekce
 - ▶ zobrazovací rovnice

$$x = rV$$

$$y = r \operatorname{tg} U$$

- ▶ není ani plochojevné, ani konformní

Válcová zobrazení

- ▶ **Válcové zobrazení ekvidistantní**

- ▶ ani plochojevné, ani konformní
- ▶ zobrazovací rovnice

$$x = rV$$

$$y = rU$$

- ▶ **Mercatorovo zobrazení**

- ▶ konformní
- ▶ upravené předchozí zobrazení

Kuželová zobrazení

- ▶ Zobrazujeme body kulové plochy na kuželovou plochu a tu rozvineme
- ▶ **Ortografická projekce**
- ▶ **Stereografická projekce**
- ▶ **Gnómická projekce**

Kuželová zobrazení

- ▶ **Gnómická projekce, polární zobrazení**
 - ▶ promítáme ze středu kulové plochy
 - ▶ poledníky – površky kužele
 - ▶ rovnoběžky – kružnice kužele
 - ▶ rozvinutí – síť pravé kuželové projekce
 - ▶ není ani plochojevné, ani konformní

- ▶ **Kuželové zobrazení ekvidistantní**