

# GEOMETRICKÉ MODELOVÁNÍ

PETRA SURYNKOVÁ, RADKA MATĚKOVÁ, JANA VLACHOVÁ

V příspěvku pojednáváme o použití počítačového modelování ve výuce geometrie. Naším cílem je zvýšit zájem o studium geometrie na všech stupních vzdělávání. Integrovaní počítačů do výuky geometrie je jednou z možností jak výuku zmodernizovat a zároveň docílit lepších výsledků. Porozumět složitějším prostorovým úlohám bývá často obtížné, vhodný 3D modelovací software nám s tímto nesnadným úkolem může pomoci.

Článek je rozdělen do několika částí

- Studium geometrie
- Ukázky využití počítačového modelování
- Studentské práce
- Shrnutí a závěr

## 1 Studium geometrie

Klasická syntetická a deskriptivní geometrie je základem mnoha technických oborů, v poslední době však nepatří mezi oblíbené partie školské matematiky, což má za důsledek její stále větší vytrácení z osnov jak středních tak vysokých škol. Abychom zpomalili tento neblahý trend, navrhneme jako jednu z možností zlepšení této situace integraci počítačů do hodin deskriptivní a syntetické geometrie. Jelikož je nutné přizpůsobit se nárokům moderní doby, zdá se, že je tento postup pro studenty velice atraktivní a studium geometrie tak nabírá na zajímavosti a uplatnitelnosti.

Při použití moderních geometrických a modelovacích softwarů v hodinách geometrie a při studiu geometrie musíme být zároveň obezřetní. Počítači samozřejmě nelze nahradit vše. Znalost geometrických zákonitostí je nutná v každém případě. Projekce skutečných reálných objektů a situací, jejich zakreslování, navrhování objektů nových a jejich realizace opět pomocí nějaké projekce se nikdy neobejde bez znalostí prostorových vztahů. Navíc v těchto fázích se většinou spoléháme na ruční rýsování a črtání.

V žádném případě nelze zcela opustit klasické rýsování. Jistě se asi dnes nepřiblížíme standardům, které byly běžné ve výuce deskriptivní geometrie v minulosti, kdy zažívala své vrcholné období. Rysy, které studenti vytvářeli ručně, byly naprosto precizně zpracované s výtvarnou stránkou na velmi vysoké úrovni. Někdy se dá dokonce hovořit o skutečně uměleckých dílech. Rýsování tuší bylo samozřejmostí.

Dnes po nástupu počítačů se zdá, že je klasické rýsování rukou překonané. Ovšem opak je pravdou. Ruční rýsování nás učí preciznosti a zlepšuje koordinaci oka a ruky. Proto nesmíme ruční rýsování opomíjet a další navrhované didaktické přístupy brát jako jeho nadstavbu nikoliv náhradu!

## 2 Ukázky počítačového modelování

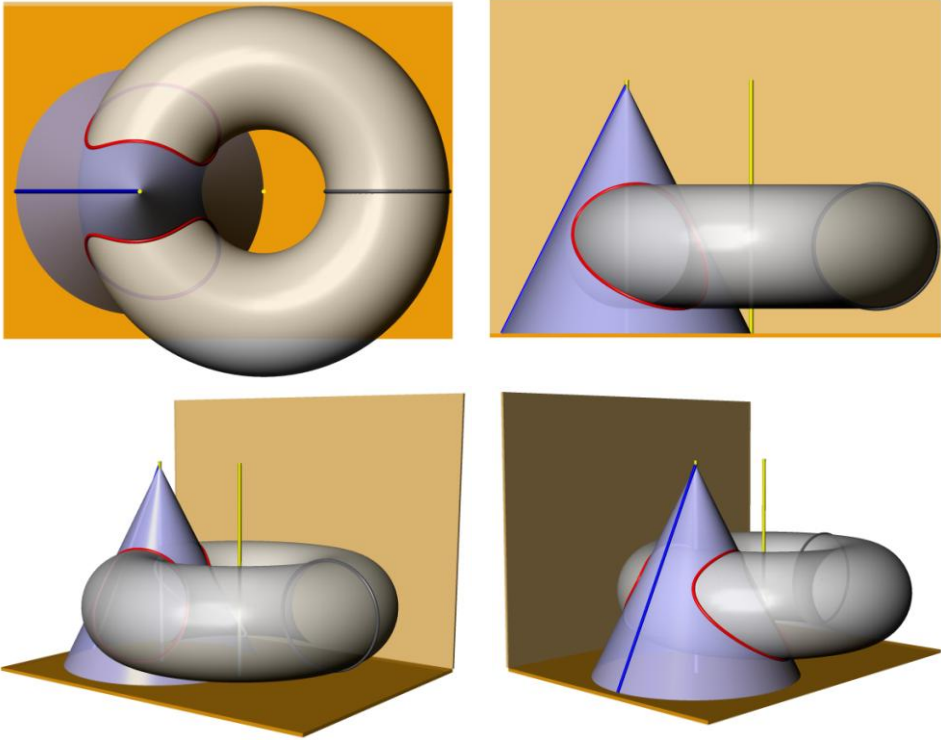
Podívejme se v následujícím oddíle na příklady využití počítačového modelování v různých oblastech deskriptivní geometrie – rovnoběžné a středové projekce, lineární perspektiva, modelování geometrického osvětlení nebo elementárních těles a skupin těles.

Veškeré obrázky obsažené v tomto článku jsou vytvořeny v komerčním modelovacím softwaru Rhinoceros (NURBS modeling for Windows). Výstupy jsou využívány jako studijní a výukové materiály na MFF UK v hodinách deskriptivní geometrie. Rhinoceros je levný a dostupný software obsahující množství profesionálních modelovacích nástrojů a funkcí. Je také kompatibilní s jinými aplikacemi pro kreslení, design a modelování. MFF UK vlastní jeho licenci. Naši studenti v tomto softwaru rovněž sami modelují 3D objekty a geometrické situace a zpracovávají geometrické rysy.

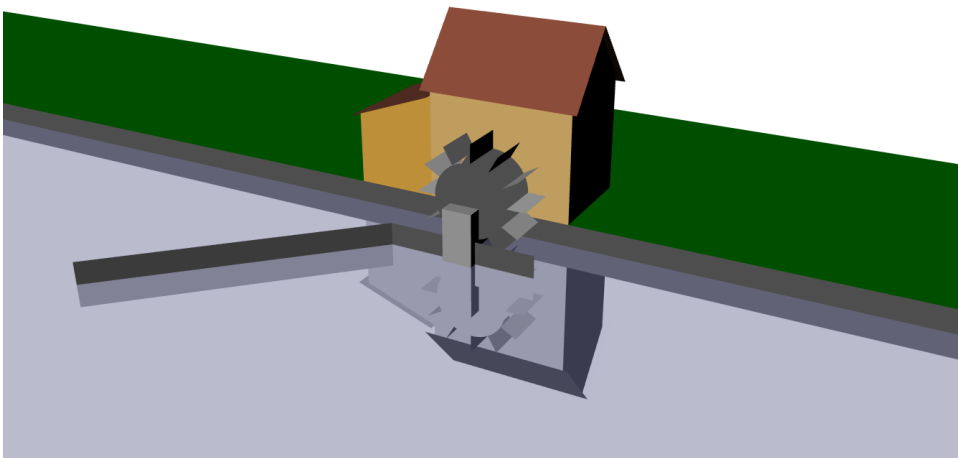
Na první sadě obrázků, viz obrázek 1 můžeme vidět klasickou úlohu deskriptivní geometrie – průnik dvou rotačních ploch v Mongeově promítání. Úkolem studentů je sestrojít průnikovou křivku těchto ploch. Prostorový model, se kterým lze v modelovacím softwaru hýbat zlepšuje pochopení dané problematiky.

Na dalších obrázcích jsou znázorněny ukázky zrcadlení objektů ve vodní hladině zobrazených v lineární perspektivě. Úkolem studentů je narýsovat vše ručně, tj. lineární perspektivu, ve které bude zobrazena skupina objektů a vyřešit jejich zrcadlení. Na obrázku 2 můžeme vidět prostorovou situaci, na obrázku 3 výslednou lineární perspektivu a na obrázku 4 čárový obrázek, tj. takový výstup, který by studenti měli zvládnout ručně narýsovat.

Obrázky 5 – 10 ilustrují příklady geometrického rovnoběžného osvětlení elementárních těles – rotačního válce, kužele a sféry a osvětlení skupiny těles. Opět nám 3D modely v modelovacím softwaru mohou pomoci s pochopením prostorové situace. Rovnoběžné osvětlení lze chápat jako projekci v daném směru, jedná se tedy o obecné kosoúhlé promítání do roviny. Na obrázku 8 je ukázka ručně zpracovaného rysy s poměrně těžkým geometrickým problémem osvětlením sféry v lineární perspektivě. V tomto případě nám opět 3D modelování na počítači může pomoci nejen k řešení prostorové situace, ale také k pochopení principů zobrazování celé situace ve zvolené lineární perspektivě, jak ukazuje obrázek 9.



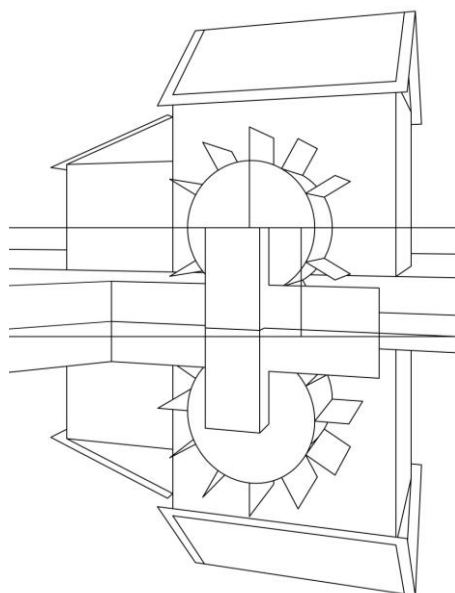
Obr. 1: Půdorys a nárys průniku dvou rotačních ploch. Prostorové modely umožňují lepší pochopení prostorové situace. V modelovacím softwaru lze s objekty libovolně hýbat, prostorovou situaci si tak můžeme lépe prohlédnout.



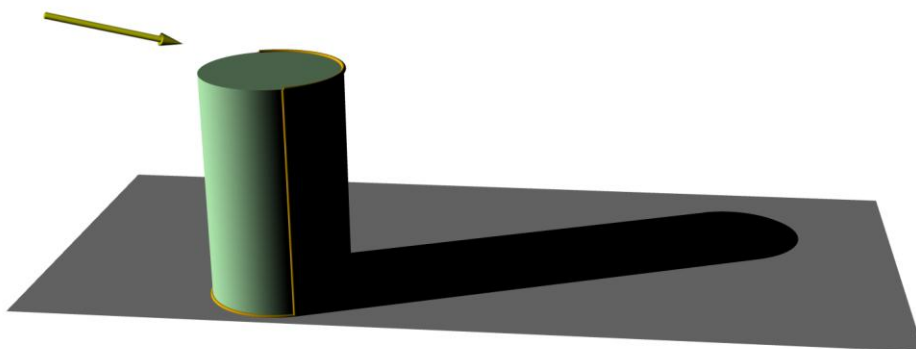
Obr. 2: Zrcadlení objektů ve vodní hladině – prostorová situace



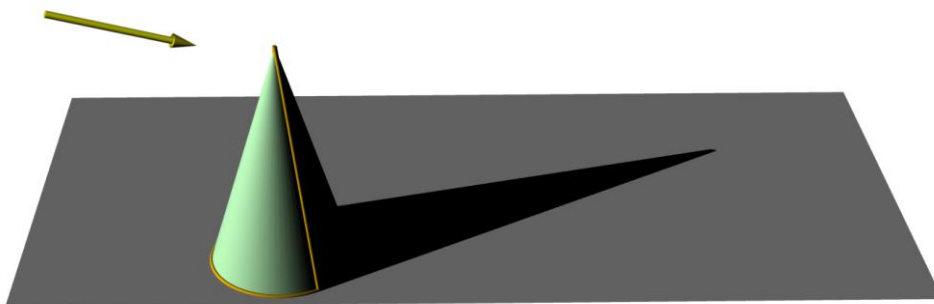
Obr. 3: Zrcadlení objektů ve vodní hladině – obraz ve zvolené lineární perspektivě



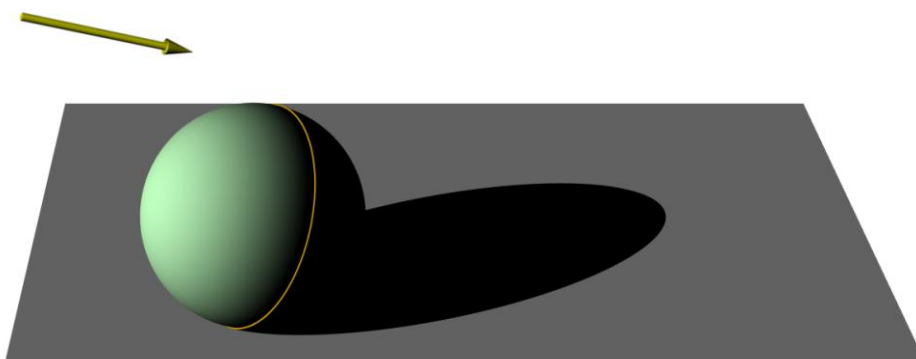
Obr. 4: Zrcadlení objektů ve vodní hladině – obraz ve zvolené lineární perspektivě, čárový výstup



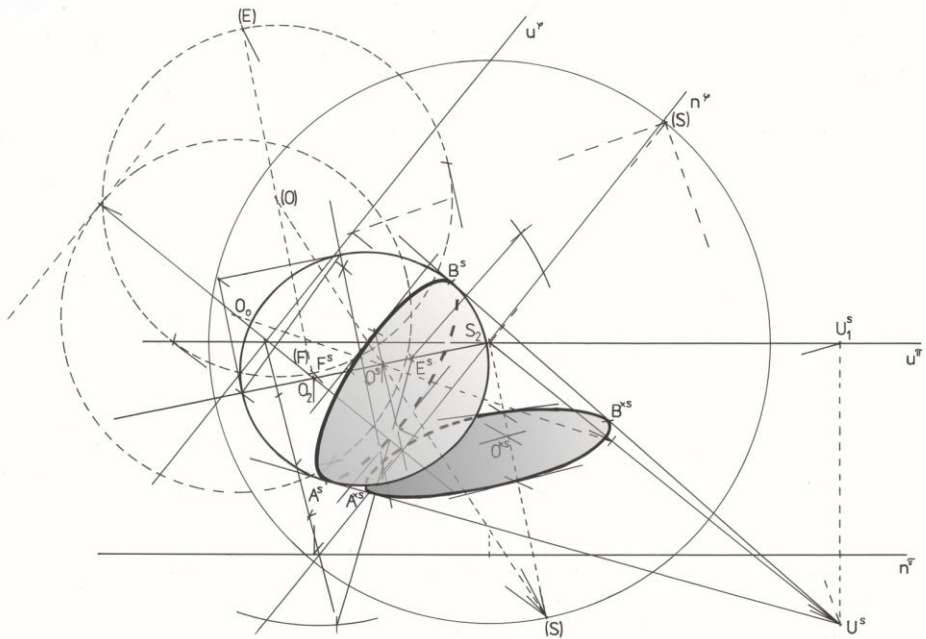
Obr. 5: Rovnoběžné osvětlení rotačního válce



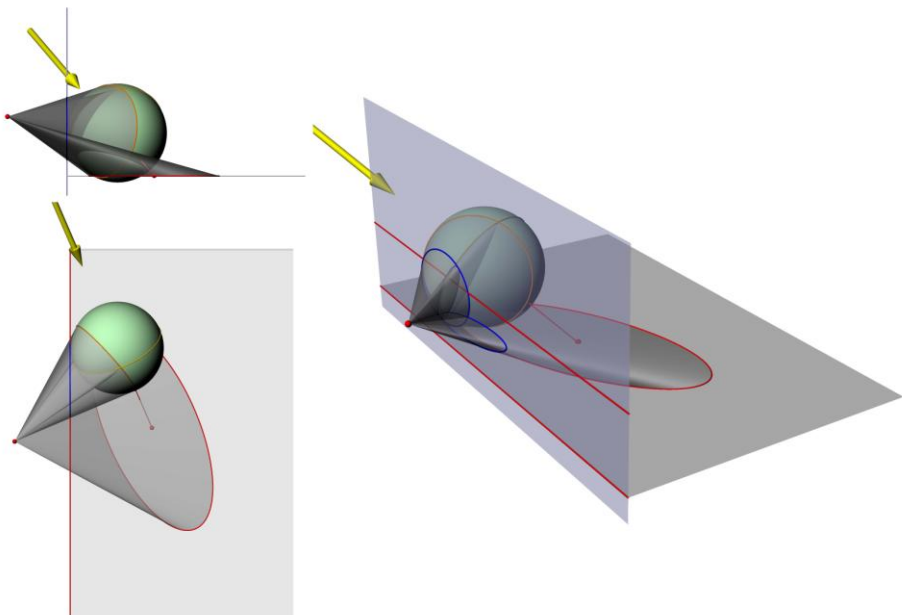
Obr. 6: Rovnoběžné osvětlení rotačního kužele



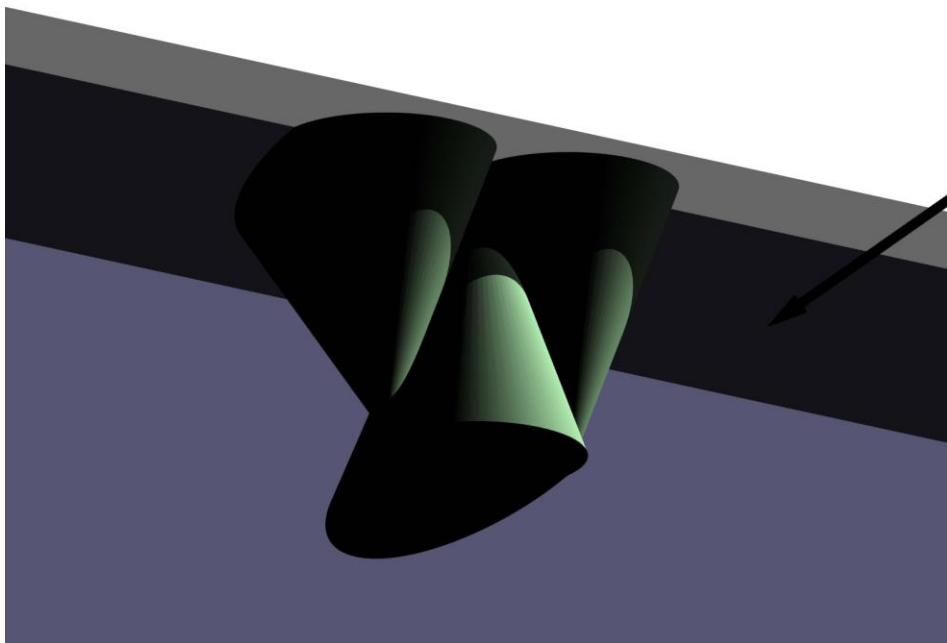
Obr. 7: Rovnoběžné osvětlení sféry



Obr. 8: Rovnoběžné osvětlení sféry v lineární perspektivě, ručně rýsovaný rys, poměrně komplikovaný problém



Obr. 9: Rovnoběžné osvětlení sféry v lineární perspektivě – nárys a půdorys a situace v prostoru. Naznačen je princip středového promítání jednotlivých objektů do průmětny pomocí promítacích kuželů.



Obr. 10: Rovnoběžné osvětlení skupiny kuželů – prostorová situace

### 3 Studentské práce

Počítačové modelování používají úspěšně také naši studenti ve svých bakalářských a diplomových pracích týkajících se rozličných geometrických témat. Uvedme si ukázky výstupů dvou prací – z bakalářské práce Radky Matěkové – Anaglyfy a jejich využití ve výuce stereometrie a z diplomové práce Jany Vlachové – Stereoskopické promítání. Za zmínku jistě stojí, že bakalářská práce Anaglyfy a jejich využití ve výuce vyhrála v roce 2012 mezinárodní soutěž SVOČ v kategorii bakalářských prací. Jana Vlachová bude se svou diplomovou prací jistě reprezentovat příští rok.

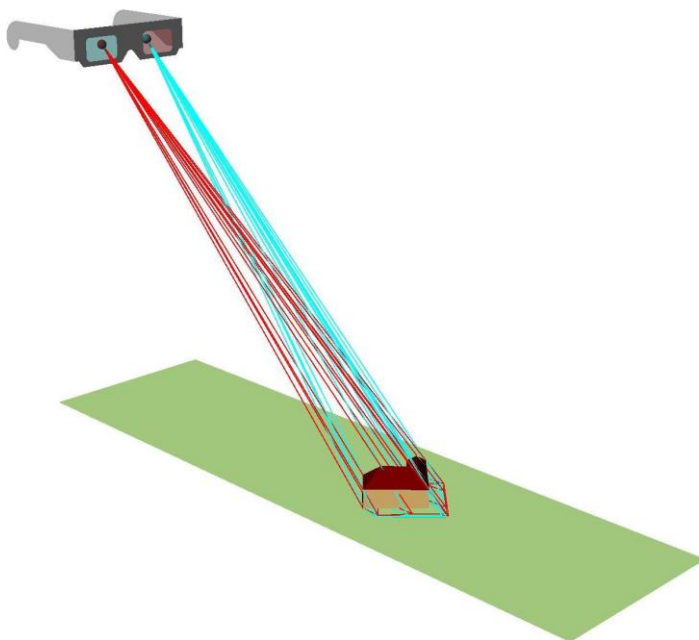
#### O anaglyfech

Anaglyfům by laik nejspíš řekl „3D obrázky“. Cílem zobrazovací metody, díky které anaglyfy vznikají, je zobrazit objekt v prostoru tak, aby při sledování jeho průmětů nastal prostorový efekt.

Nejdříve si zvolíme dvě středová promítání, ve kterých pak promítáme zobrazovaný útvar, viz obrázek 11. Obě promítání mají společnou průmětnu, tedy rovinu, do které se objekty promítají. Středů obou promítání se liší a jsou

od sebe vzdáleny zhruba 6 cm. Tato vzdálenost není zvolena náhodně. Odpovídá vzdálenosti lidských očí. Středů volených promítání mají představovat právě lidské oči. Oba středů promítání jsou pak od průmětny vzdáleny stejně.

V takto zvolených středových promítáních zobrazíme útvar, jehož anaglyf chceme získat. Průměty odlišíme barevně. Průmět z pravého oka nakreslíme červeně (anglicky „red“) a průmět z levého oka nakreslíme světle modrou barvou (anglicky „cyan“). Máme-li anaglyf hotový, nastává čas nasadit si tzv. 3D brýle. Pro odlišení průmětů jsme použili barvy red a cyan, proto ke sledování anaglyfu využijeme 3D brýle, které mají před pravým okem světle modrý filtr a před levým okem červený filtr. Filtry způsobí, že oko vidí pouze jeden průmět, a to ten, který mu přísluší, druhý průmět se ztratí, jelikož je stejné barvy jako daný filtr. Díky tomu pak mozek má pocit, že vidí skutečný objekt v prostoru, nikoli pouze jeho dva různé průměty. (Vše popsáno lze vidět na obrázku 11.)



Obr. 11: Vznik anaglyfu – využití počítačového modelování

Anaglyfy vznikly koncem devatenáctého století ve Francii. V Čechách se používaly v první polovině dvacátého století v rámci výuky stereometrie a hlavně deskriptivní geometrie, postupem času však vymizely.

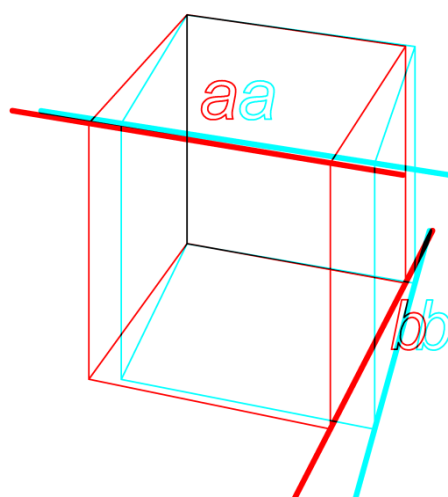
Vzhledem k tomu, že díky anaglyfům můžeme vidět objekty v prostoru, mohou být vhodným doplňkem výuky stereometrie či deskriptivní geometrie na střední škole. Stačí anaglyficky zobrazit daný problém, studentům půjčit 3D brýle a oni v prostoru uvidí, co si z pouhého náčrtku nedokázali představit.





zabývá vlivem změny těchto parametrů na výsledný obraz. Hlavní část práce popisuje možné postupy tvorby stereoskopických rysů a fotografií spolu s metodami jejich pozorování včetně možností tvorby některých potřebných pomůcek pomocí běžně dostupných materiálů. Závěr práce je věnován možnostem využití stereoskopie nejen v praxi, ale především ve výuce deskriptivní geometrie. Práce obsahuje množství stereoskopických obrazů vytvořených s využitím dostupných počítačových programů. Obrazy je možné pozorovat čočkovými brýlemi či brýlemi na anaglyf.

Obrázky 13 – ukazují různé stereoskopické obrazy, které jsou určeny pro pozorování různými technikami – stereoskopické obrazy ve formě anaglyfu, obrazy určené k pozorování čočkovými brýlemi, metodou rovnoběžných nebo zkřížených očních os nebo metodou s použitím zrcadla.



Obr. 13: Anaglyf krychle – ukázka vzájemné polohy přímek

## 4 Shrnutí a závěr

V tomto článku jsme ukázali možné didaktické příspěvky ke zmírnění současného trendu mizení deskriptivní geometrie z technického vzdělávání na středních i vysokých školách pomocí zavádění počítačového modelování a geometrických softwarů do výuky. V praxi se nám opravdu osvědčuje, že studenti považují rýsování a modelování na počítači za vhodnou pomůcku a vnímají geometrii skutečně jako moderní disciplínu.

Moderní počítačový software mohou využívat jak učitelé, tak i studenti středních i vysokých škol. Proti používání profesionálního geometrického softwaru většinou hovoří také jeho pořizovací cena. Komerční software se však dá velice úspěšně nahradit freeware softwary, kterých existuje celá řada. Pro rovinnou geometrii lze s úspěchem použít GeoGebra, která je uživatelsky velice příjemná a i úplný začátečník si její principy a ovládání rychle osvojí. Pro prostorovou geometrii lze jako alternativní software k modelovacímu softwaru Rhinoceros používat Cabri 3D. Na Katedře didaktiky matematiky MFF UK také pracujeme v rámci diplomové práce na tvorbě nového 3D kreslicího programu podobného softwaru Rhinoceros, který bude volně dostupný všem zájemcům, učitelům i studentům a bude možné v něm k rýsování využívat metod deskriptivní geometrie. Rovněž bude tento software umožňovat 3D modelování, tvorbu rysů a testování správnosti geometrických postupů.

Věříme, že náš nový software a další předvedené techniky si najdou cestu do výuky geometrie na všech stupních vzdělávání.

RNDr. Petra Surynková  
Katedra didaktiky matematiky MFF UK  
Sokolovska 83  
186 75 Praha 8  
petra.surynkova@mff.cuni.cz

Bc. Radka Matěková  
Katedra didaktiky matematiky MFF UK  
Sokolovska 83  
186 75 Praha 8  
RadkaMatekova@seznam.cz

Mgr. Jana Vlachová  
Katedra didaktiky matematiky MFF UK  
Sokolovska 83  
186 75 Praha 8  
janicka.vlaska@seznam.cz